



L'infini dans l'univers des nombres

Übung 0.

- 1) Welche Farbe hat Ohne-Ende-Fresserchen? Wie viele Zähne hat es? Wie viele Beine hat es?
- 2) Ohne-Ende-Fresserchen spielt mit \mathbb{R} . Ein anderes Monster will das gleiche Spiel mit dir spielen. Wie heißt dieses Monster?
- 3) Wie viele Ziffern haben die Nachkommastellen einer Dezimalzahl?
- 4) Was frisst Ohne-Ende-Fresserchen?
- 5) Welche natürliche Zahl ist $0,999999 \dots$?
- 6) Hilberts Hotel ist ausgebucht. Glaubst du, dass du ein freies Zimmer bekommst?

Exercice 1.

Sur une feuille, dessine en bleu des objets géométriques qui contiennent un nombre fini de points, puis en rouge des objets géométriques qui contiennent un nombre infini de points.

Exercice 2.

- 1) Ecris sur ta feuille un nombre entier s'écrivant avec 20 chiffres. Comment peux-tu le transformer pour aboutir à un nombre entier plus grand et s'écrivant avec 30 chiffres ?
- 2) Es-tu capable d'imaginer un nombre s'écrivant avec 100 chiffres, ou bien 1000 chiffres, ou avec un nombre de chiffres aussi grand que l'on souhaite ? Explique.
- 3) Trouve un autre panneau de l'exposition qui explique comment on peut écrire de façon simple certains nombres entiers qui sont très grands.

Exercice 3.

- 1) On souhaite poser la division du nombre 1 par 3.

Complète :

$$\begin{array}{r|l} 1 & 3 \\ 10 & 0,3 \dots \\ \vdots & \end{array}$$

La division s'arrête-t-elle ?

- 2) Quelle est l'écriture décimale de $\frac{1}{3}$? Où apparaît l'infini dans cette écriture ?

Exercice 4. Matériel utilisé : calculatrice

- 1) En t'aidant du kakémono, trouve les termes manquants (marqués par un point d'interrogation) dans cette égalité :

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + ? + ? + ? + \dots$$

Indice : par quoi faut-il multiplier un dénominateur pour passer au dénominateur suivant ?

- 2) A l'aide de la calculatrice, effectue la somme suivante en remplaçant les points d'interrogation par les nombres trouvés à la question précédente

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + ? + ? + ?$$

Compare avec le nombre 1.

Exercice 5.

- 1) Complète les points d'interrogation :

× ?	entiers pairs	0	2	4	6	10	14	?	?
	entiers	0	1	2	?	?	7	10	11

: ?

2) On souhaite réaliser un tableau similaire avec les entiers impairs. Complète :

+ ?	× ?	entiers impairs	1	3	5	?	?	?	17	19	101
		entiers	0	1	2	3	4	7	?	?	?

- ?

: ?

Y a-t-il autant d'entiers impairs que de nombres entiers ?